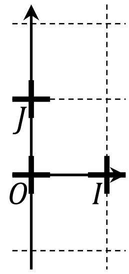
vecteurs directeurs et équations cartésiennes de droites

objectif : munissant le plan d'un repère, déterminer une relation entre les coordonnées de tout point d'une droite donnée ainsi que d'un vecteur dirigeant la droite.

1°) approche



Dans le repère $(O\ ;\ I\ ,J)$ du plan, on considère le point A de coordonnées $(0\ ,-1)$, le point B de coordonnées $(1\ ,1)$, le point C de coordonnées $(1\ ,-1)$ et le point P dont on note x l'abscisse et y l'ordonnée.

a°) Placer les points A, B et C dans le schéma ci-contre.

b°) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AP}$ et $\overrightarrow{BP}$ dans ce repère $(O\ ;\ I\ ,J)$ du plan.

Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur x et y pour que le point P appartienne…

c°) …à la droite (AB).

d°) …à la droite (AC).

e°) …à la droite (BC).

f°) Plus généralement, préciser le “type” de relation que vérifient x et y pour que ce point P appartienne à une droite donnée.

2°) cours

On muni le plan d'un repère $(O\ ;\ I\ ,J)$.

déf. : Un vecteur $\vec{v}$ **non nul** pour lequel il existe deux points A et B d'une droite $\mathcal{D}$ du plan tels que $\vec{v} = \overrightarrow{AB}$ est un **vecteur directeur** de cette droite $\mathcal{D}$.

/!\ : Il n'y a pas unicité : une même droite $\mathcal{D}$ admet une infinité de vecteurs directeurs, tous colinéaires.

déf. : L'équation $ax + by + c = 0$ d'inconnu le couple de nombre réels $(x\ ,y)$, où $(b\ ,-a)$ sont les coordonnées d'un vecteur directeur d'une droite $\mathcal{D}$ et où $c = -ax_P - by_P$ où $(x_P\ ,y_P)$ sont les coordonnées d'un point P de cette droite $\mathcal{D}$, est une équation cartésienne de cette droite $\mathcal{D}$.

rq. : L'intérêt des équations cartésiennes de droites par rapport aux équations réduites de droites est qu'il n'y a plus à faire la distinction entre les droites parallèles à l'axe des ordonnées ou non. L'inconvénient est qu'il n'y a pas unicité pour les équations cartésiennes.

théo. : Un point P, dont on note x l'abscisse et y l'ordonnée, appartient à une droite $\mathcal{D}$ si, et seulement si, les coordonnées $(x\ ,y)$ de ce point P sont solution d'une de ses équations cartésiennes.

rq. : Ce théorème est admis.