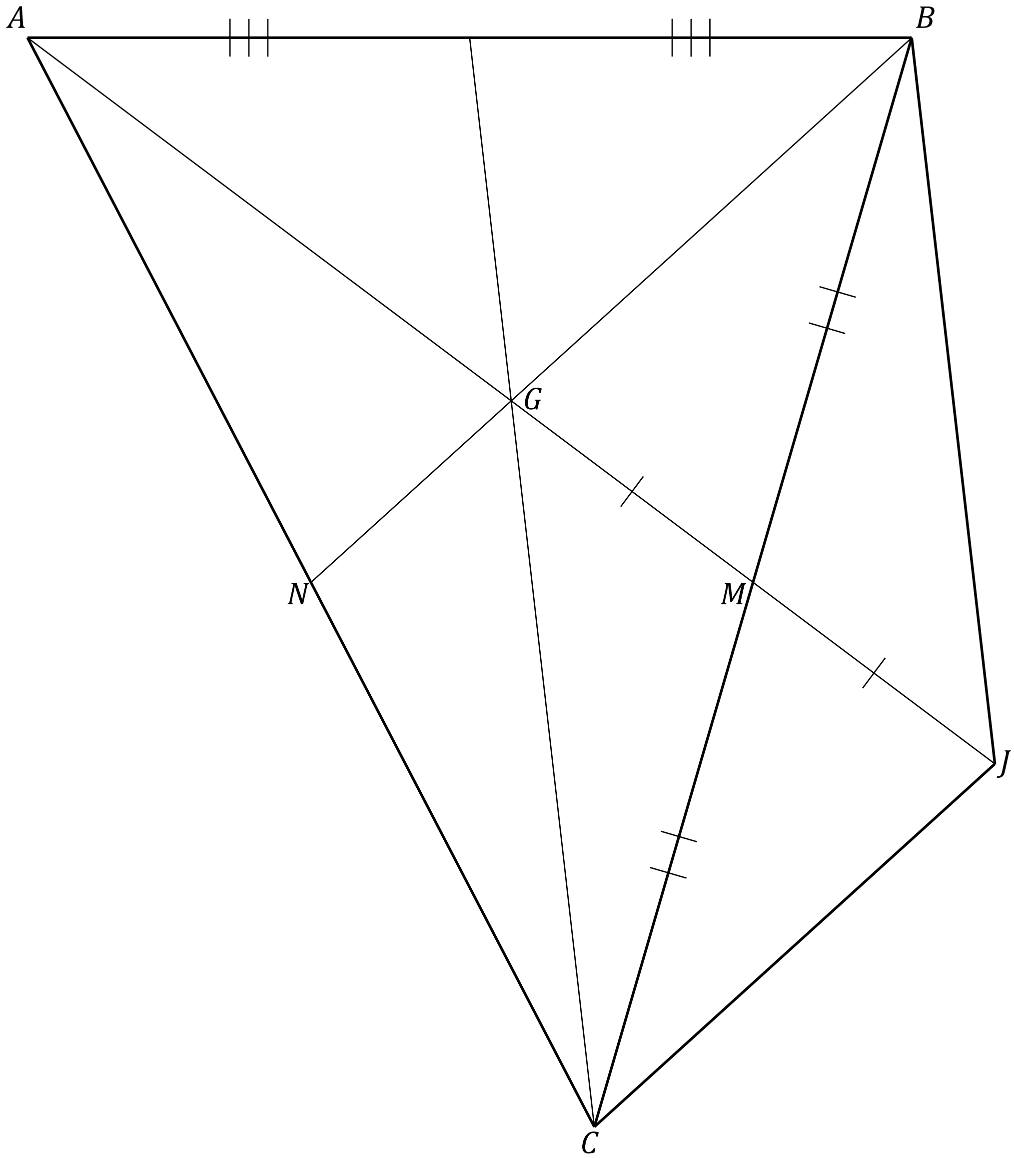
centre de gravité de triangle non plat du plan
correction

a°)



b°) Le point J étant le symétrique du point G par rapport au point M, ce point M est donc le milieu du segment $[GJ]$; puisque ce point M est aussi milieu du segment $[BC]$, les diagonales $[BC]$ et $[GJ]$ du quadrilatère $BGCJ$ se coupent donc en leur milieu. Ainsi, ce quadrilatère $BGCJ$ est bien un parallélogramme.

c°) Puisque la droite (BG) est la médiane issue du sommet B dans le triangle ABC, cette droite (BG) coupe le segment $[AC]$ en son milieu, noté N. En déduire que le point G est le milieu du segment $[AJ]$. Puisque le quadrilatère $BGCJ$ est un parallélogramme, les droites (GN) et (CJ) sont donc parallèles, et puisque (A , N , C) et (A , G , J) étant deux triplets de points alignés dans le même ordre, on en déduit donc, d'après le théorème de Thalès, que $\frac{AG}{AJ} = \frac{AN}{AC}$. Puisque le point N est le milieu du segment $[AC]$, $\frac{AN}{AC}$ vaut donc $\frac{1}{2}$, donc $\frac{AG}{AJ} = \frac{1}{2}$ et, puisque G est un point du segment $[AJ]$, le point G est donc bien le milieu du segment $[AJ]$.

d°) Comme le point M est le milieu du segment $[GJ]$, on en déduit que $GJ = 2GM$ et, comme le point G est le milieu du segment $[AJ]$, on en déduit que $3AG = 3GJ = 6GM$. De plus, puisque $G \in [AM]$, on en déduit que $AM = AG + GM = GJ + GM = 2GM + GM = 3GM$. Par conséquent, $3AG = 2 \times 3GM = 2AM$, d'où on en déduit bien que $AG = \frac{2}{3}AM$.