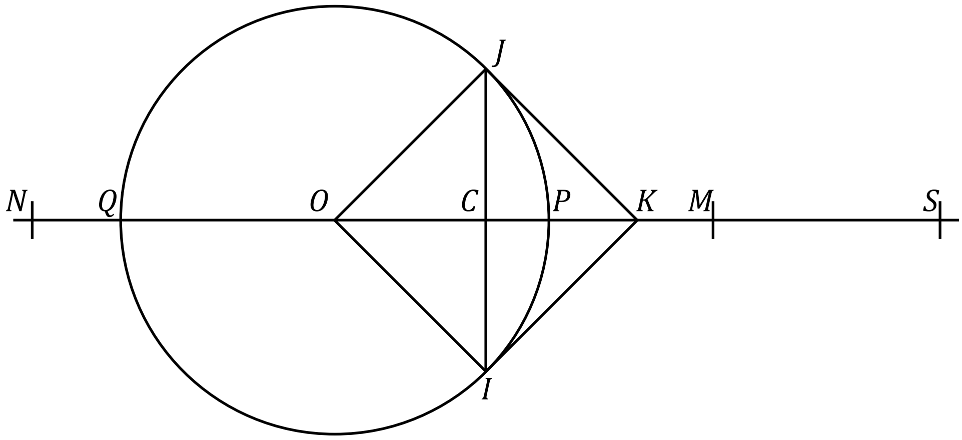
multiples de vecteurs — correction

a°)



b°) Le point S téant le symétrique du point O par rapport au point K, les points K, O et S sont ainsi alignés, les points K et S sont sur la demi-droite $[OK)$ et la distance OS vaut le double de la distance OK ; on a donc bien $\overrightarrow{OS} = 2\overrightarrow{OK}$; on en déduit que $\overrightarrow{OK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OS}$. De la même manière, on obtient $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OK}$ et $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CS}$.

c°) $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CS}$

d°) $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{CS}$

e°) $\overrightarrow{OS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OK} + \overrightarrow{CS}$, donc $\overrightarrow{CS} = \overrightarrow{OS} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OK} = 2\overrightarrow{OK} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OK} = \left[2 - \frac{1}{2}\right]\overrightarrow{OK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OK}$.

f°) $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OK} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}\overrightarrow{OK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OK} + \frac{3}{4}\overrightarrow{OK} = \left[\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right]\overrightarrow{OK} = \left[\frac{2}{4} + \frac{3}{4}\right]\overrightarrow{OK} = \frac{5}{4}\overrightarrow{OK} = \lambda\overrightarrow{OK}$ avec $\lambda = \frac{5}{4} = 1.25$.

g°) $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{MO} = -\overrightarrow{OM} = -\frac{5}{4}\overrightarrow{OK} = \mu\overrightarrow{OK}$ avec $\mu = -\frac{5}{4} = -1.25$.

h°) La diagonale d'un carré a une longueur $\sqrt{2}$ fois plus grande que celle de chacun de ses côtés (ce résultat se prouve avec le théorème de Pythagore) ; on en déduit que $\overrightarrow{OK} = \sqrt{2}\,\overrightarrow{OP} = \alpha\overrightarrow{OP}$ avec donc $\alpha = \sqrt{2}$; on en déduit que $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{\sqrt{2}}\overrightarrow{OK} = \beta\overrightarrow{OK}$ avec donc $\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Puisque le point O est le milieu du segment $[PQ]$, on obtient $\overrightarrow{OQ} = -\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\overrightarrow{OK} = \gamma\overrightarrow{OK}$ avec donc $\gamma = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.