correction d'exercices

1°) résolution d'équations

a°) $5x = 10 \Leftrightarrow \frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}} = \frac{10}{5} \Leftrightarrow x = 2$; l'ensemble solution $\mathcal{S}$ de cette équation est donc $\mathcal{S} = \{2\}$.

b°) $\frac{x}{4} = 10 \Leftrightarrow \frac{x}{\cancel{4}} \times \cancel{4} = 10 \times 4 \Leftrightarrow x = 40$; l'ensemble solution $\mathcal{S}$ de cette équation est donc $\mathcal{S} = \{40\}$.

c°) $\frac{70}{x} = 10 \Leftrightarrow \frac{70}{\cancel{x}} \times \cancel{x} = 10 \times x \overset{x \neq 0}{\Longleftrightarrow} 70 = 10x \Leftrightarrow x = \frac{70}{10} = 7$;
l'ensemble solution $\mathcal{S}$ de cette équation est donc $\mathcal{S} = \{7\}$.

d°) $x^2 = 10 \Leftrightarrow \left[x = -\sqrt{10} \text{ ou } x = \sqrt{10}\right]$;
l'ensemble solution $\mathcal{S}$ de cette équation est donc $\mathcal{S} = \left\{-\sqrt{10}, \sqrt{10}\right\}$.

2°) simplification d'écritures

e°) $7^2 \times 7^3 = 7^{2+3} = 7^5$ (ce qui vaut $7^{2\times2+1} = [7^2]^2 \times 7 = [50-1]^2 \times 7 \overset{\text{identité remarquable}}{=} [50^2 - 2 \times 50 \times 1 + 1^2] \times 7 = [2500 - 100 + 1] \times 7 = 2401 \times 7 = 16807$)

f°) $\frac{10^7}{10^4} = 10^{7-4} = 10^3 = 1000$

g°) $3^{10} \times 3^{-4} = 3^{10+[-4]} = 3^{10-4} = 3^6 = 3^{2\times3} = [3^2]^3 = 9^3 = 9^{2+1} = 9^2 \times 9 = 81 \times 9 = 729$

h°) $\frac{5}{2^{-3}} = 5 \times \frac{1}{2^{-3}} = 5 \times \frac{2^0}{2^{-3}} = 5 \times 2^{0-[-3]} = 5 \times 2^3 = 5 \times 8 = 40$

3°) conversions

i°) $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 90 \frac{km}{h} = 90 \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{90000}{3600} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

j°) $25 \text{ kWh} = 25 \times 1000 \text{ W} \times 3600 \text{ s} = 25000 \times 3600 \text{ Ws} = 90000000 \text{ J} = 90 \text{ MJ}$

4°) ordres de grandeur

k°) $1 \text{ j} = 24 \text{ h} = 24 \times 60 \text{ min} = 24 \times 60 \times 60 \text{ s} = 24 \times 3600 \text{ s} = 86400 \text{ s}$; comme $\frac{1000000}{86400} \approx 11.574$, il y a donc 11 j dans 10^6 s et il reste $10^6 - 11 \times 86400 = 49600$ s ; avec $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$, comme $\frac{49600}{3600} \approx 13.78$, il reste donc 13 h et $49600 - 13 \times 3600 = 2800$ s, c'est-à-dire 46 min et 40 s. Au final, un million de secondes correspond à une durée de 11 jours, 13 heures, 46 minutes et 40 secondes.

l°) $1 \text{ an} = 365.25 \text{ j} = 365.25 \times 86400\, s = 31557600 \text{ s}$; $\frac{1000000000}{31557600} \approx 31.688$, $\left[\frac{1000000000}{31557600} - 31\right] \times 365.25 \approx 251.324$, $\left[\left[\frac{1000000000}{31557600} - 31\right] \times 365.25 - 251\right] \times 24 \approx 7.78$, $\left[\left[\left[\frac{1000000000}{31557600} - 31\right] \times 365.25 - 251\right] \times 24 - 7\right] \times 60 \approx 46.67$, $\left[\left[\left[\left[\frac{1000000000}{31557600} - 31\right] \times 365.25 - 251\right] \times 24 - 7\right] \times 60 - 46\right] \times 60 = 40$; donc, un milliard de secondes correspond à une durée de 31 ans, 251 jours, 7 heures, 46 minutes et 40 secondes.

On ne manque pas de rapporter ici les propos de Paul Franz (2018-03-08) : « Les gens s'imaginent souvent mal combien de fois 1 milliard est plus grand que 1 million. Un million de secondes, c'est environ 11 jours. Un milliard de secondes, c'est environ 31,5 ans » ; on ne manquera pas non plus de critiquer ses erreurs d'arrondis…