correction d'exercices

1°) raison et termes d'une suite géométrique à déterminer

a°) On a $g_1 = g_0 \times q$ et $g_5 = g_0 \times q^5 = g_0 \times q \times q^4 = g_1 \times q^4$, donc $2599051 = 91 \times q^4$, donc $q^4 = \frac{2599051}{91} = 28561$; puisque q est un nombre réel positif, on a donc $q = 28561^{\frac{1}{4}} = 13$. Puisque $g_1 = g_0 \times q$, on en déduit que $91 = g_0 \times 13$, donc $g_0 = \frac{91}{13} = 7$.

2°) monotonie de quelques suites géométriques

b°) $s_0 = 1$, $s_1 = s_0 \times q = 1 \times 2 = 2$ et $s_2 = s_1 \times 2 = 2 \times 2 = 4$;
$t_0 = 1$, $t_1 = t_0 \times 2^{-1} = 1 \times 0.5 = 0.5$ et $t_2 = t_1 \times 2^{-1} = 0.5 \times 0.5 = 0.25$;
$u_0 = 1$, $u_1 = u_0 \times [-2] = 1 \times [-2] = -2$ et $u_2 = u_1 \times [-2] = [-2] \times [-2] = 4$.

c°) Il semblerait que la suite s est croissante. En effet, géométrique de raison égale à 2 et de premier terme de rang 0 égal à 1, cette suite s'exprime sous forme explicite de la façon suivante : $\forall n \in \mathbb{N}, s_n = 1 \times 2^n = 2^n$. Les variations de cette suite s se déterminent en examinant le signe de la différence de deux termes consécutifs : $\forall n \in \mathbb{N}, s_{n+1} - s_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n \times 2 - 2^n = 2^n \times [2-1] = 2^n > 0$; on en déduit que, $\forall n \in \mathbb{N}, s_{n+1} > s_n$ et donc que cette suite s est strictement croissante.

Concernant la suite t, celle-ci semble décroissante. En effet, géométrique de raison égale à 0.5 et de premier terme de rang 0 égal à 1, cette suite s'exprime sous forme explicite de la façon suivante : $\forall n \in \mathbb{N}, t_n = 1 \times 0.5^n = 0.5^n$. Les variations de cette suite t se déterminent en examinant le signe de la différence de deux termes consécutifs : $\forall n \in \mathbb{N}, t_{n+1} - t_n = 0.5^{n+1} - 0.5^n = 0.5^n \times 0.5 - 0.5^n$ $= 0.5^n \times [0.5 - 1] = 0.5^n \times [-0.5] = -0.5^{n+1} < 0$; on en déduit que, $\forall n \in \mathbb{N}, t_{n+1} < t_n$ et donc que cette suite s est strictement décroissante.

Concernant la suite u, celle-ci n'est ni strictement croissante, ni strictement décroissante ; en effet, avec $u_1 < u_0$, elle ne peut pas être strictement croissante et, $u_2 > u_1$ elle ne peut pas non plus être strictement décroissante. Il se trouve que, changeant de signe d'un terme à l'autre (puisque sa raison est strictement négative), cette suite u n'est pas monotone.