

amortissement des oscillations d'un ressort

correction

a°) $g_0 = 1, g_1 = g_0 - \frac{0.092}{100} g_0 = 1 - 0.00092 = 0.99908$ et

$g_2 = g_1 - \frac{0.092}{100} g_1 = 0.99908 - 0.00092 \times 0.99908 = 0.99908^2 = 0.9981608464.$

b°) L'amplitude des oscillations de cette masse diminue de 0.092 % d'une oscillation à l'autre, ce qui se traduit par la multiplication par un coefficient multiplicateur égal à $1 + \frac{-0.092}{100} = 0.99908$; en effet, $\forall n \in \mathbb{N},$

$g_{n+1} = g_n - \frac{0.092}{100} g_n = g_n [1 - 0.00092] = 0.99908 g_n$; cette suite g est donc bien géométrique de raison égale à $q = 0.99908.$

c°) Puisque $g_0 = 1,$ on a donc, $\forall n \in \mathbb{N}, g_n = g_0 \times q^n = q^n = 0.99908^n.$

d°) Puisque $q = 0.99908 < 1,$ on en déduit que $\lim_{n \rightarrow +\infty} (g_n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (q^n) = \lim_{n \rightarrow +\infty} (0.99908^n) = 0$; ce dernier résultat s'interprète de la façon suivante : les oscillations peuvent toujours être aussi "petites" que l'on veut, pourvu qu'on attende suffisamment longtemps.

e°) L'objectif auquel on s'intéresse ici est de déterminer la première oscillation de la masse d'amplitude strictement inférieure à 0.1 mm, c'est-à-dire 0.01 cm ; les termes de la suite g étant les amplitudes des oscillations en centimètres, il s'agit donc de déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle l'inégalité $g_n < 0.01,$ ce qui se réécrit $0.99908^n < 10^{-2},$ est vérifiée.

f°) $n \leftarrow 0$

$g \leftarrow 1$

tant que $g \geq 10^{-2}$

$g \leftarrow g \times 0.99908$

$n \leftarrow n + 1$

g°) On présente ci-après à gauche une capture d'écran de cet algorithme implémenté dans une calculatrice programmable ; son exécution est présentée dans la capture d'écran ci-après à droite. On en déduit que seules les 5004 premières oscillations sont visibles à l'œil nu ; les oscillations sont ainsi visibles à l'œil nu pendant $5004 \times 100 \text{ ms} = 500.4 \text{ s} = 8.34 \text{ min.}$ (!) : cette durée n'est pas de 8 min 34 s).

```
PROGRAM: SUITE
:0→N
:1→G
:While G≥10^(-2)
:G*0.99908→G
:N+1→N
:End
:Disp N
```

```
Pr9mSUITE
5004
Done
```